

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 1

1 mai 2024

Zone A après-midi | Zone B après-midi | Zone C après-midi

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.



Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 9]

Imani investit 3000 \$ dans une banque qui paie un taux d'intérêt annuel nominal de 1,25 % composé mensuellement.

- (a) Calculez le montant d'argent qu'Imani aura en banque au bout de 6 ans. Donnez votre réponse correcte à deux chiffres après la virgule près. [3]
- (b) Calculez le nombre de mois qu'il faut jusqu'à ce qu'Imani ait au moins 3550 \$ en banque. [2]

Imani utilise les 3550 \$ comme paiement initial pour une voiture d'occasion qui coûte 22 000 \$. Pour le reste, elle contracte un prêt auprès d'une banque.

- (c) Écrivez le montant d'argent qu'Imani emprunte. [1]

Le prêt est d'une durée de 8 ans et le taux d'intérêt annuel nominal est de 12,6 % composé mensuellement. Imani remboursera le prêt en mensualités fixes à la fin de chaque mois.

- (d) Calculez le montant, au dollar près, qu'Imani devra payer à la banque chaque mois. [3]

(Suite de la question à la page suivante)



3. [Note maximale : 7]

L'échelle de pH est une mesure de l'acidité d'une solution. Sa valeur est donnée par la formule

$$\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+],$$

où $[\text{H}^+]$ est la concentration en ions hydrogène dans la solution (mesurée en moles par litre).

- (a) Calculez la valeur du pH si la concentration en ions hydrogène est de 0,0003. [2]

Le pH du lait est de 6,6.

- (b) Calculez la concentration en ions hydrogène dans le lait. [2]

La force d'un acide est mesurée par sa concentration en ions hydrogène.

Un citron a un pH de 2 et une tomate a un pH de 4,5.

- (c) Calculez combien de fois l'acide d'un citron est plus fort que celui d'une tomate. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 6]

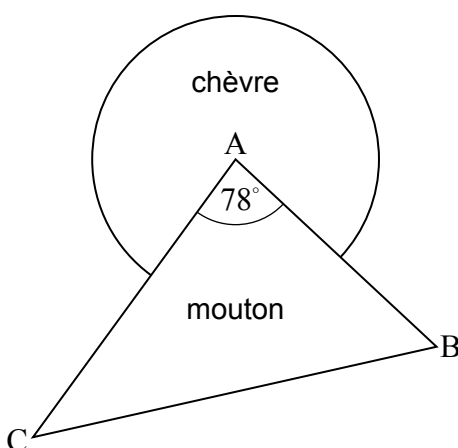
Un mouton se trouve dans un champ en forme de triangle, ABC.

$AC = 21$ mètres, $AB = 15$ mètres et $\widehat{CAB} = 78^\circ$.

Une chèvre se trouve dans un champ adjacent en forme de secteur d'un cercle dont le centre est A et dont le rayon mesure 8 mètres.

Les champs sont illustrés dans le diagramme.

la figure n'est pas à l'échelle



Déterminez quel animal, le mouton ou la chèvre, se trouve dans le champ ayant l'aire la plus grande et indiquez combien de mètres carrés supplémentaires possède le champ le plus grand.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. [Note maximale : 10]

Les coordonnées du quadrilatère ABCD sont A(1 ; 3 ; 5), B(4 ; 7 ; 5), C(5 ; 8 ; 7) et D(2 ; 4 ; 7).

(a) Écrivez \vec{AD} . [1]

(b) Calculez

(i) la mesure de \widehat{BAD} .

(ii) l'aire du triangle BAD. [7]

(c) Montrez que ABCD est un parallélogramme. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Note maximale : 6]

Le nombre d'accidents de la circulation dans un carrefour routier est modélisé par une distribution de Poisson avec une moyenne de 0,76 accident par semaine.

- (a) Sous ce modèle, calculez la probabilité
 - (i) qu'il y ait au moins 2 accidents lors d'une semaine donnée.
 - (ii) qu'il y ait exactement 3 accidents lors d'une période donnée de 4 semaines. [4]

Les autorités locales de la circulation souhaitent déterminer la probabilité que, sur une période de 8 semaines, moins de 2 accidents se produisent par semaine à exactement 5 reprises. On suppose que la fréquence hebdomadaire des accidents est indépendante de la semaine au cours de laquelle ils se produisent.

- (b) Indiquez le modèle approprié que les autorités chargées de la circulation doivent utiliser pour déterminer cette probabilité. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

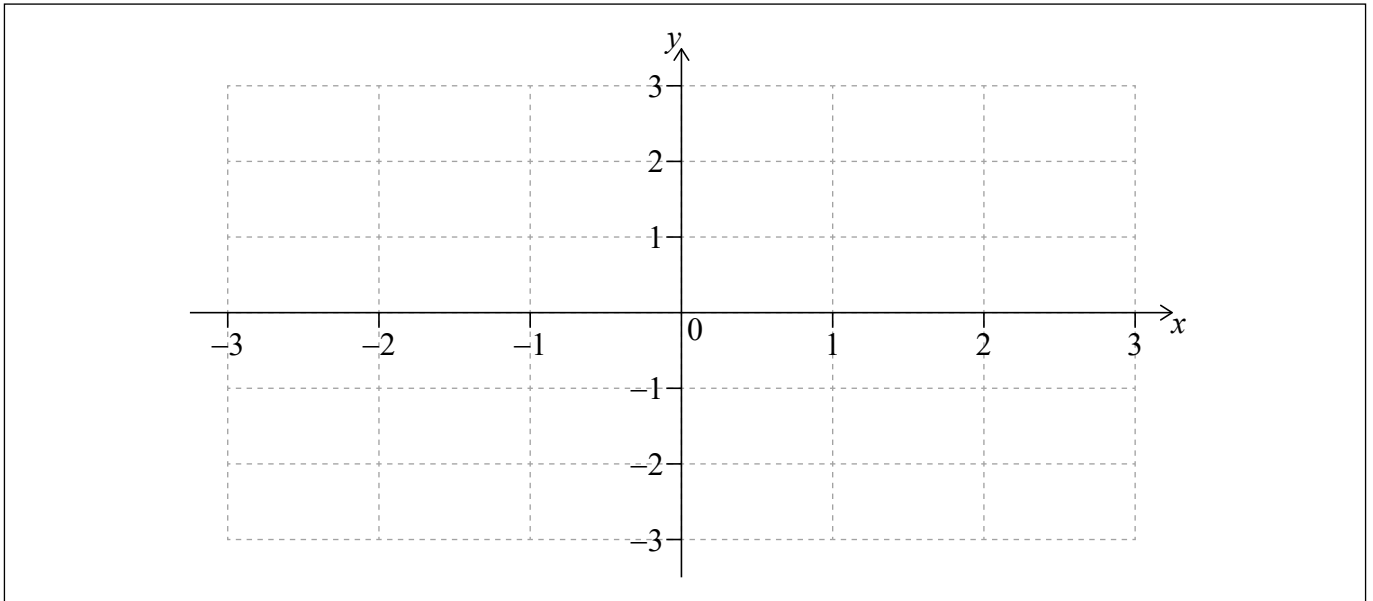
.....



10. [Note maximale : 9]

Considérez la fonction $f(x) = x\sqrt{3-x^2}$, $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$.

(a) Esquissez la représentation graphique de $y = f(x)$ sur le système d'axes suivant. [2]



La région comprise entre la représentation graphique de $y = f(x)$ et l'axe des abscisses subit une rotation de 360° autour de l'axe des abscisses.

- (b) (i) Écrivez une intégrale qui représente ce volume.
 (ii) Calculez la valeur de cette intégrale. [4]

La représentation graphique de la fonction f est transformée pour donner la représentation graphique de la fonction g , de la manière suivante :

- D'abord, une dilatation horizontale de facteur 2, parallèlement à l'axe des abscisses, avec l'axe des ordonnées invariant.
- Ensuite, une dilatation verticale de facteur 0,5, parallèlement à l'axe des ordonnées, avec l'axe des abscisses invariant.

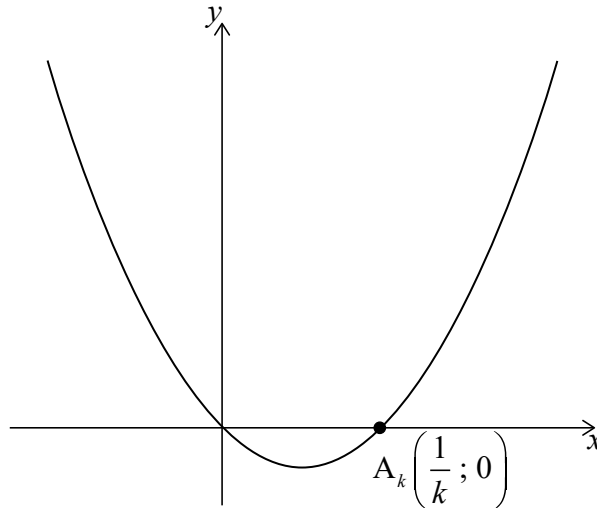
- (c) Trouvez le volume obtenu lorsque la région comprise entre la représentation graphique de $y = g(x)$ et l'axe des abscisses subit une rotation de 360° autour de l'axe des abscisses. [3]

(Suite de la question à la page suivante)



11. [Note maximale : 9]

Le diagramme montre la courbe d'équation $y_k = kx^2 - x$, $k > 0$, qui croise l'axe des abscisses à l'origine et au point $A_k\left(\frac{1}{k}; 0\right)$.



La droite normale à la courbe au point A_k croise de nouveau la courbe au point B_k .

(a) Montrez que l'abscisse de B_k est $-\frac{1}{k}$. [6]

Considérez le cas où $k = 2$.

(b) Calculez l'aire finie de la région comprise entre la courbe d'équation $y_2 = 2x^2 - x$ et la droite normale en A_2 . [3]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 11)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



20EP15

Tournez la page

14. [Note maximale : 6]

Une tasse d'eau chaude est placée dans une pièce et laissée à refroidir pendant une demi-heure. Sa température, mesurée en °C, est enregistrée toutes les 5 minutes. Les résultats sont présentés dans le tableau.

Temps (minutes)	5	10	15	20	25	30
Température (°C)	59	52	46	40	35	29

Akira utilise la fonction puissance $T(t) = at^b + 25$ pour modéliser la température, T , de l'eau t minutes après qu'elle a été placée dans la pièce.

- (a) Indiquez ce que représente la valeur de 25 dans ce contexte. [1]
- (b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver la valeur de a et la valeur de b . [3]

Soo Min modélise la température, T , de l'eau, t minutes après qu'elle a été placée dans la pièce avec la fonction $T(t) = kc^t + 25$.

- (c) Trouvez la valeur de k et la valeur de c . [1]
- (d) Indiquez une raison pour laquelle le modèle de température de Soo Min convient mieux aux données que le modèle d'Akira. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



15. [Note maximale : 8]

Considérez le nombre complexe $z = -1 + i$.

(a) Exprimez z sous la forme $re^{i\theta}$, où $-\pi < \theta \leq \pi$. [2]

A et B sont les points sur le diagramme d'Argand qui représentent les nombres complexes z et z^2 , respectivement.

A est envoyé sur B par la composition d'une rotation et d'une homothétie.

(b) (i) Décrivez complètement cette transformation de A vers B, en indiquant le facteur de dilatation de l'homothétie et l'angle de rotation. [5]

(ii) Trouvez et simplifiez une matrice qui envoie A vers B. [5]

(c) Trouvez le plus petit entier positif, n , pour lequel z^n est réel et positif. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



20EP20