

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Superior

Prueba 2

25 de octubre de 2024

Zona A mañana | Zona B mañana | Zona C mañana

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 7]

Considere la función $f(x) = 11\sqrt{x} - 2x - 11$, donde $0 \leq x \leq 20$.

(a) Halle el valor de

(i) $f(0)$;

(ii) $f(20)$.

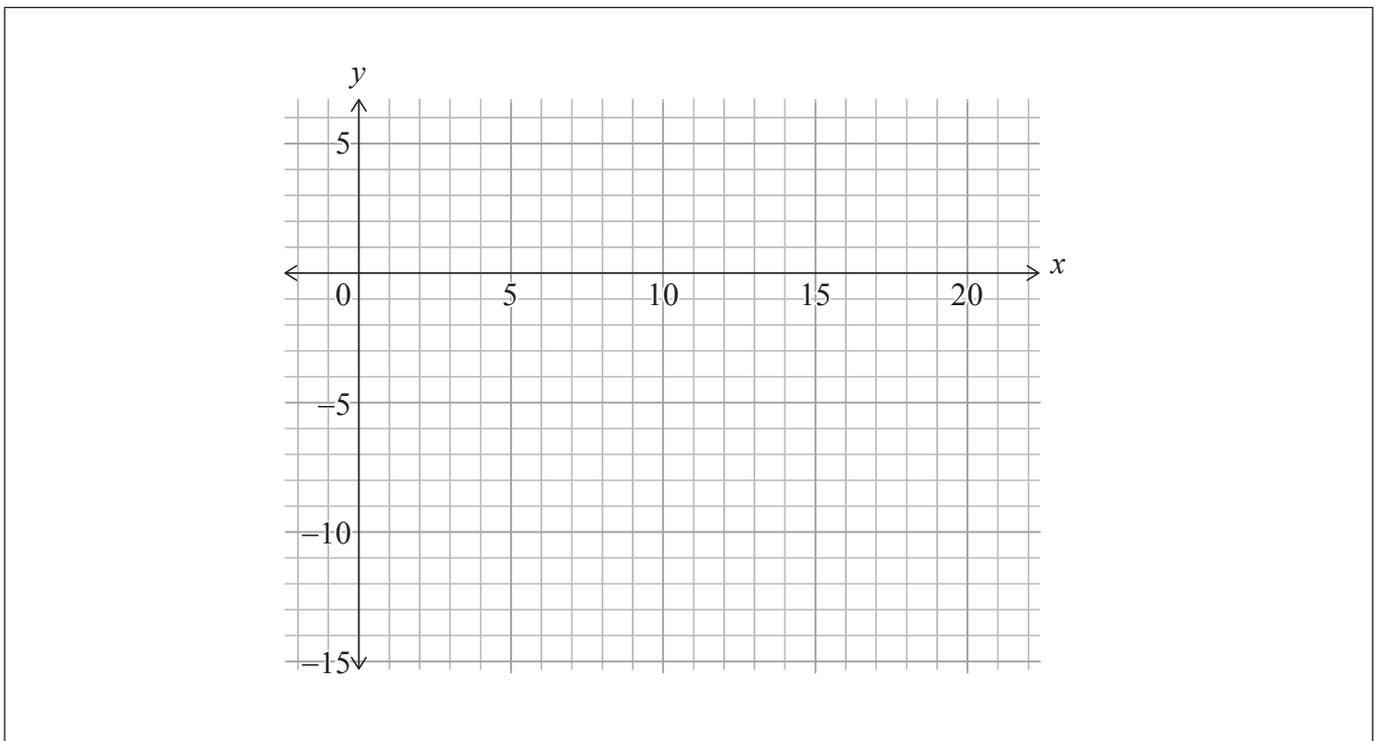
[2]

(b) Halle las dos raíces de $f(x) = 0$.

[2]

(c) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$ en la siguiente cuadrícula.

[3]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



2. [Puntuación máxima: 4]

Halle el coeficiente del término en x^6 del desarrollo de $(2x - 5)^9$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

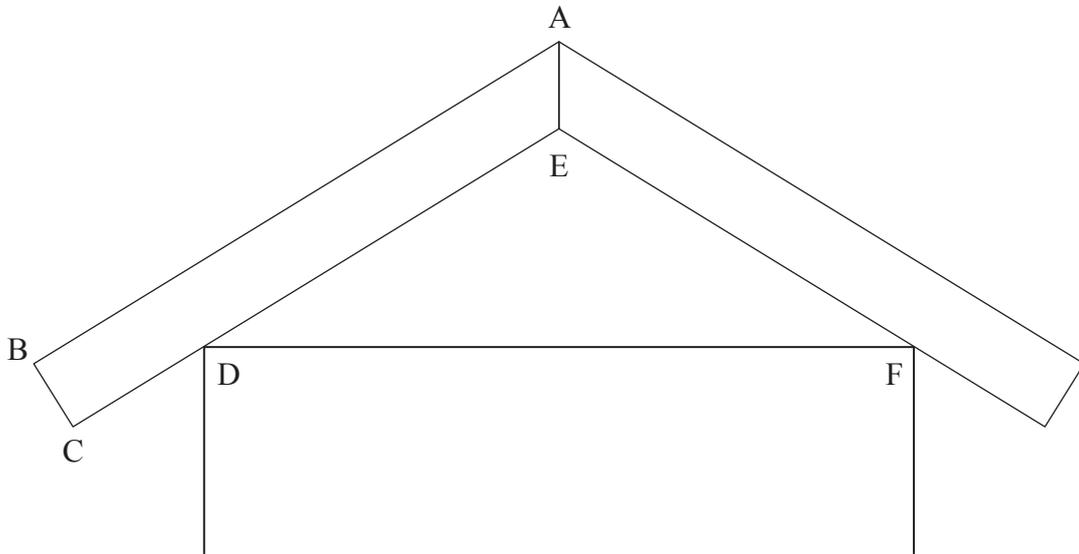
.....



4. [Puntuación máxima: 8]

La siguiente figura muestra la sección transversal del tejado de una casa. Dicha sección transversal es simétrica respecto a la recta vertical que pasa por los puntos A y E.

la figura no está dibujada a escala



La pendiente de [BA] es $\frac{7}{12}$.

(a) Halle el tamaño de \hat{BAE} ; exprese la respuesta en grados.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



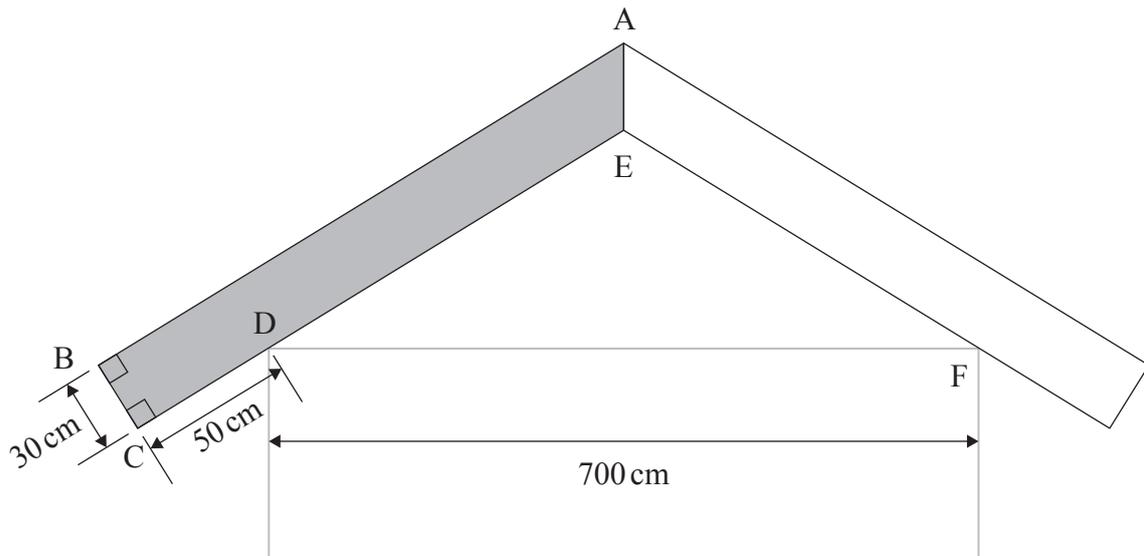
(Pregunta 4: continuación)

Un albañil necesita conocer la longitud de los lados [BA] y [CE].

El albañil dispone de las siguientes medidas:

$\hat{A}BC = \hat{B}CE = 90^\circ$, $DC = 50$ cm, $BC = 30$ cm, y $DF = 700$ cm.

la figura no está dibujada a escala



- (b) Halle
 - (i) CE;
 - (ii) BA.

[5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 5]

Considere la función $h(x) = \log_{10}(4x^2 - rx + r - 1)$, donde $x \in \mathbb{R}$.

Halle los posibles valores de r .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

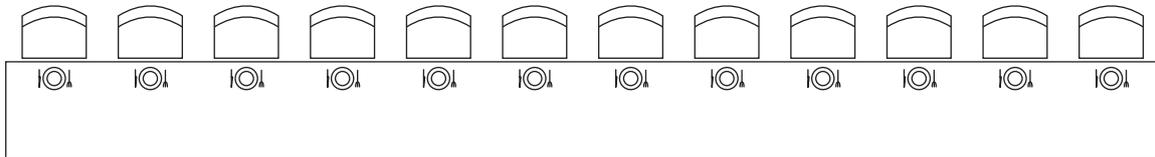
.....

.....



7. [Puntuación máxima: 6]

Un restaurante-autoservicio especializado en sushi tiene una fila de 12 asientos disponibles, tal y como se muestra en la siguiente figura.



Anvi, Vanya y Parita deciden ir a comer a este restaurante.

- (a) Halle el número de maneras posibles en las que se pueden sentar en esta fila, suponiendo que deciden **no** sentarse juntos como un grupo de 3. [3]

Al día siguiente, a Anvi, Vanya y Parita los acompañan 3 personas más en ese mismo restaurante, y se sientan en la misma fila de 12 asientos disponibles. Anvi, Vanya y Parita deciden ahora sentarse uno junto a otro, como un grupo de 3.

- (b) Halle el número de maneras posibles en las que se pueden sentar estas 6 personas. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

10. [Puntuación máxima: 15]

La siguiente tabla muestra la población de Canadá t años después del año 2000.

t (años después del 2000)	0	5	10	15	20
p (población, en millones)	30,7	32,2	34,0	35,7	37,9

Una estudiante utiliza la regresión lineal para modelizar la población de Canadá con estos datos.

El modelo de la estudiante es $p = at + b$.

(a) (i) Escriba el valor de a y el valor de b .

(ii) Interprete, en contexto, el valor de a . [3]

La estudiante utiliza este modelo para predecir la población que tendrá Canadá en el año 2030, cuando $t = 30$, y calcula una población de aproximadamente 41,3 millones de habitantes.

(b) Comente la fiabilidad de la predicción de esta estudiante. [1]

Un científico de datos llamado Benoit utiliza información adicional para elaborar un modelo exponencial de la población futura de Canadá.

En este modelo, $B(t) = 33,5(1,005)^t$ representa los millones de habitantes que tendrá Canadá t años después del año 2000, donde $25 \leq t \leq 100$.

(c) (i) Utilice el modelo de Benoit para predecir la población que tendrá Canadá en el año 2100.

(ii) Interprete, en contexto, el valor 1,005 del modelo de Benoit. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 10: continuación)

Otro científico de datos, Cecilia, elabora un tercer modelo para la población canadiense.

En este modelo $C(t) = \frac{62}{1 + e^{-0,02t}}$ representa los millones de habitantes que tendrá Canadá

t años después del año 2000, donde $25 \leq t \leq 100$.

- (d) Utilice el modelo de Cecilia para predecir la población que tendrá Canadá en el año 2100. [1]
- (e) Determine el año en el que la diferencia entre la predicción del modelo de Benoit y la del modelo de Cecilia será máxima. [3]
- (f) Halle el valor de
- (i) $B'(75)$;
- (ii) $C'(75)$. [2]
- (g) Compare e interprete, en contexto, los valores de $B'(75)$ y $C'(75)$. [2]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 18]

La recta L viene dada por $L: -\frac{x}{2} + 1 = y + 4 = \frac{z}{3}$.

(a) Halle la ecuación de L , expresando la respuesta en la forma $r = a + \lambda b$, donde $\lambda \in \mathbb{R}$. [3]

(b) Determine la distancia mínima que hay entre el origen O y la recta L . [5]

El plano Π viene dado por $\Pi: 6x - 3y + 5z = 24$.

(c) Verifique que Π contiene a L . [3]

Una segunda recta M es paralela a Π .

La recta M pasa por el punto $(4, 1, 2)$ y corta al eje z .

(d) Halle la ecuación de M ; exprese su respuesta en la forma $s = c + \mu d$, donde $\mu \in \mathbb{R}$. [7]



No escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 21]

La curva C tiene por ecuación $y = \frac{2x^2 + 6x - 3}{x + k}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -k$, donde k es una constante real positiva.

(a) Muestre que $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 + 4kx + 6k + 3}{(x + k)^2}$. [4]

(b) Halle el rango de valores de k para los que existe un mínimo local o un máximo local. [4]

Considere la curva C para el caso $k = 2$.

(c) Escriba la ecuación de la asíntota vertical. [1]

(d) Halle la ecuación de la asíntota oblicua. [4]

(e) Muestre que $\frac{dy}{dx} > 2$, para $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -2$. [4]

(f) Dibuje aproximadamente la curva C , mostrando claramente las dos asíntotas y el comportamiento general de C cuando se va acercando a cada una de las asíntotas. [No es necesario que halle ninguna intersección con los ejes.] [4]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP18

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP19

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20